

$$(1) \quad a^m = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m\text{-mal}}$$

$$\text{Beispiel: } 5^3 = 5 \cdot 5 \cdot 5 = 125$$

$$(2) \quad a^{b^c} = a^{(b^c)}$$

$$\text{Beispiel: } 2^{3^2} = 2^9 = 512$$

$$(3) \quad a^m \cdot a^n = \underbrace{\underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{m\text{-mal}} \cdot \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}}}_{(m+n)\text{-mal}} = a^{m+n}$$

$$\text{Beispiel: } 2^2 \cdot 2^3 = 2^{2+3} = 2^5 = 32$$

$$2^2 \cdot 2^3 = 4 \cdot 8 = 32$$

$$(4) \quad a^n \cdot b^n = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{n\text{-mal}} \cdot \underbrace{b \cdot b \cdot \dots \cdot b}_{n\text{-mal}} = \underbrace{(a \cdot b) \cdot (a \cdot b) \cdot \dots \cdot (a \cdot b)}_{n\text{-mal}} = (a \cdot b)^n$$

$$\text{Beispiel: } 2^3 \cdot 3^3 = (2 \cdot 3)^3 = 6^3 = 216$$

$$2^3 \cdot 3^3 = 8 \cdot 27 = 216$$

$$(5) \quad (a^m)^n = \underbrace{\underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{m\text{-mal}} \cdot \underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{m\text{-mal}} \cdot \dots \cdot \underbrace{a \cdot \dots \cdot a}_{m\text{-mal}}}_{n\text{-mal}} = \underbrace{a \cdot a \cdot \dots \cdot a}_{(m \cdot n)\text{-mal}} = a^{m \cdot n}$$

$$\text{Beispiel: } (3^2)^2 = 3^{2 \cdot 2} = 3^4 = 81$$

$$(3^2)^2 = 9^2 = 81$$

$$(6) \quad a^0 = 1$$

$$\text{Beispiel: } 2^5 = 2^{5+0} = 2^5 \cdot 2^0 = 2^5$$

$$(7) \quad 0^n = \underbrace{0 \cdot 0 \cdot \dots \cdot 0}_{n\text{-mal}} = 0 \text{ f\u00fcr } n > 0$$

$$(8) \quad \text{Spezialfall: } 0^0 = 1$$

$$(9) \quad a^{-n} = \frac{1}{a^n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n$$

$$\text{Beispiel: } a^3 = a^{-(-3)} = \frac{1}{a^{-3}} = \frac{1}{\frac{1}{a^3}} = a^3$$

$$(10) \quad a^{\frac{1}{n}} = \sqrt[n]{a}, \quad a \geq 0$$

$$(11) \quad a^{\frac{m}{n}} = \sqrt[n]{a^m} = (\sqrt[n]{a})^m, \quad a \geq 0$$

$$\text{Beispiel: } 3^{\frac{4}{2}} = \sqrt[2]{3^4} = \sqrt{81} = 9$$

$$3^{\frac{4}{2}} = 3^2 = 9$$